TESTOVÁNÍ HYPOTÉZY O STŘEDNÍ HODNOTĚ – KLASICKÝ TEST (jednovýběrový z a t-test)

$$U = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma} \cdot \sqrt{n} \;;\; U = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s_s} \cdot \sqrt{n}$$

~N(0;1) ; ~t_{n-1}

Obor přijetí:

oboustranný: $(-u_{1-\alpha/2} < U < u_{1-\alpha/2})$

pravostranný: $U < u_{1-\alpha}$

levostranný: $-u_{1-\alpha} < U$

P-level

oboustranný: 2*min[F(U),1-F(U)]

levostranný: F(U)

pravostranný: 1 – F(U)

p-level < α → zamítám H_0

p-level > α → nezamítám H_0

INTERVAL SPOLEHLIVOSTI

oboustranný:

$$\bar{x} - u_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + u_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

pravostranný: $\mu < \bar{x} + u_{1-\alpha} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

levostranný: $\bar{x} - u_{1-\alpha} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu$

Směrodatná odchylka (výběrová)

$$s_x = \sqrt{s_x^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

Rozptyl = s^2

Variační koef. $V_x = \frac{s_x}{\bar{x}}$

Spolehlivost testu: **1-α**

Síla testu: **1-β**

MINIMÁLNÍ ROZSAH VÝBĚRU

$$n \geq \left(\frac{u_{1-\alpha/2} \cdot \sigma}{\Delta}\right)^2$$

Δ … chyba

2*Δ … délka (šířka) intervalu

JEDNOVÝBĚROVÉ TESTY

Test o rozptylu normálního rozdělení:

$$T(X) = \frac{s^2}{\sigma^2}(n-1)$$

~rozdělení χ^2 s n-1 stupni volnosti

Test o parametru π alternativního rozdělení

Rozsah výběru: $n > \frac{9}{p(1-p)}$

Testové kritérium: $x_{OBS} = \frac{p - \pi_0}{\sqrt{\pi_0(1-\pi_0)}} \cdot \sqrt{n}$ ~N(0;1)

p = x/n

Kvantilový test

Testové kritérium: Y

Y… počet pozorování x_i v náhodném výběru, pro která platí, že: $x_i < x_{p_0}$

~Bi(n;p_0)

!!! P-level: !!!

pravostranný: F(U)

levostranný: 1-F(U)

Wilcoxonův test (test mediánu)

oboustranný: T = min (S^+; S^-)

levostranný: T = S^+

pravostranný: T = S^-

V případě n > 30

Testové kritérium: $T(X) = \frac{S^+ - E(S^+)}{\sqrt{D(S^+)}}$ ~N(0;1)

kde: $E(S^+) = \frac{1}{4}n(n+1)$ $\quad D(S^+) = \frac{1}{24}n(n+1)(2n+1)$

DVOUVÝBĚROVÉ TESTY

Test shody rozptylů (F-test)

Testové kritérium:

$$T(X,Y) = \frac{\max(s_x^2, s_y^2)}{\min(s_x^2, s_y^2)}$$

~Fischer-Snedecerovo rozdělení s $n_1 - 1$ stupni volnosti pro čitatel a s $n_2 - 1$ stupni volnosti pro jmenovatel.

Aspinové-Welchův test pro střední hodnotu

výběrové rozptyly se neshodují

Testové kritérium:

$$T(X,Y) = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_x - \mu_y)}{\sqrt{\frac{s_x^2}{n_1} + \frac{s_y^2}{n_2}}}$$

Počet stupňů volnosti:

$$\nu = \frac{\left(\frac{s_x^2}{n_1} + \frac{s_y^2}{n_2}\right)^2}{\frac{1}{n_1 - 1}\left(\frac{s_x^2}{n_1}\right)^2 + \frac{1}{n_2 - 1}\left(\frac{s_y^2}{n_2}\right)^2}$$

~t(ν)

Dvouvýběrový z-test (shoda středních hodnot)

znám rozptyly obou populací

Testové kritérium: $T(X,Y) = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_x - \mu_y)}{\sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n_1} + \frac{\sigma_y^2}{n_2}}}$ ~N(0;1)

Dvouvýběrový t-test (shoda středních hodnot)

Testové kritérium: $T(X,Y) = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_x - \mu_y)}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_x^2 + (n_2 - 1)s_y^2}{n_1 + n_2 - 2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$

~Studentovo rozdělení s ($n_1 + n_2 - 2$) stupni volnosti

Mannův-Whitneyův test – shoda 2 mediánů

Testové kritérium: T(X,Y) = min (U_1,U_2)

$$U_1 = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - T_1, \qquad U_2 = n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2+1)}{2} - T_2$$

T_1… součet pořadí hodnot $X_1, X_2, \dots, X_{n_1}$; T_2 … součet pořadí hodnot $Y_1, Y_2, \dots, Y_{n_1}$

Platí, že: $U_1 + U_2 = n_1 n_2$

pro n > 30 → aproximace kritéria:

$$T(X,Y) = \frac{\min(U_1, U_2) - \frac{n_1 n_2}{2}}{\sqrt{\frac{1}{12} n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}}$$ ~N(0;1)

Test homogenity 2 populací s Bi rozdělením

Bodový odhad:

$$p_1 = \frac{x}{n_1} \quad , \quad p_2 = \frac{y}{n_2}$$

Předpoklad pro velikost výběru:

$$n_1 > \frac{9}{p_1(1-p_1)} \quad , \quad n_2 > \frac{9}{p_2(1-p_2)}$$

Testové kritérium:

$$T(X,Y) = \frac{(p_1 - p_2) - (\pi_1 - \pi_2)}{\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}}$$ ~N(0;1)

Párový t test

Testové kritérium:

$$T(D) = \frac{\bar{d} - \mu_D}{s_D} \cdot \sqrt{n}$$ ~ t_{n-1}

Dodatek: podezřelé a odlehlé hodnoty

Horní vnější hranice:	$x_{0,75}$ + 3*IQR
Horní vnitřní hranice:	$x_{0,75}$ + 1,5*IQR
Dolní vnitřní hranice:	$x_{0,25}$ – 1,5*IQR
Dolní vnější hranice:	$x_{0,25}$ – 3*IQR

ANOVA

Jednofaktorová ANOVA test

platná normalita a homoskedasticita

~F($F_{poměr}$)

Kruskal-Wallisův test

~χ^2_{k-1}

ANALÝZA KATEGORIÁLNÍCH DAT

Test dobré shody

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

$E_i = n\pi_i$ rozdělení $\chi^2(\nu), \nu = k - 1$

Statistika $\chi^2 > \chi^2_{1-\alpha}(\nu)$ → zamítáme H_0 p-level = 1 − $F0(xobs)$

Test nezávislosti v kontingenční tabulce

Testové kritérium:

$$\chi^2 = \sum \frac{(pozorované\ četnosti - očekávané\ četnosti)^2}{očekávané\ četnosti}$$

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{s} \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}} \qquad E_{ij} = \frac{n_i \cdot m_j}{n}$$

F0(xOBS) je hodnota distribuční funkce χ^2 rozdělení s $(r-1)\cdot(s-1)$ stupni volnosti

$$p - hodnota = 1 - F_0(x_{OBS})$$

Měření síly závislosti (v kontingenčních tabulkách)

Základem je statistika χ² (testové kritérium χ² testu nezávislosti)

koef. kontingence:

$$CC = \sqrt{\frac{\chi^2}{\chi^2 + n}}$$

pro obdélníkové kontingenční tabulky (r ≠ s) je však maximální hodnota koeficientu kontingence: $CC_{max} = \sqrt{\frac{\min(r,s)}{\min(r,s) + 1}}$

korigovaný koef. kontingence:

$$CC_{cor} = \frac{CC}{CC_{max}}$$

Míra intenzity závislosti

koef. Fí $\quad$ Cramerův koef. $\quad$ Čuprovův koef.

$$\varphi = \sqrt{\frac{\chi^2}{n}} \qquad \nu = \sqrt{\frac{\chi^2}{n \cdot (\min(r;s) - 1)}} \qquad C_T = \sqrt{\frac{\frac{\chi^2}{n}}{\sqrt{(r-1)(s-1)}}}$$

Kappa koeficient shody

$$\kappa = \frac{\sum_{i=1}^{r} O_{ii} - \sum_{i=1}^{r} E_{ii}}{n - \sum_{i=1}^{r} E_{ii}} = \frac{\sum_{i=1}^{r} O_{ii} - \sum_{i=1}^{r} \frac{n_i \cdot m_i}{n}}{n - \sum_{i=1}^{r} \frac{n_i \cdot m_i}{n}}$$

hodnoty > 0,75 … výborný souhlas

hodnoty < 0,4 … nesouhlas

Analýza dichotomických proměnných

McNemarův test

Testové kritérium: $\chi^2 = \frac{(b-c)^2}{b+c}$ ~$\chi^2(1)$

… tento test vhodný, pokud (b + c) > 8

Cochranův Q-test

Testové kritérium:

$$Q = r(r-1) \cdot \frac{\sum_{i=1}^{r}(R_i - \bar{R})^2}{\sum_{j=1}^{n} C_j(r - C_j)}$$ ~$\chi^2(r-1)$

součin rn' by měl být alespoň 24;

rozdělení χ^2 (k–1)

Analýza v asociačních tabulkách

OR = ad / bc $\qquad$ Yuleovo Q = $\frac{ad-bc}{ad+bc}$

Woolf.: $OR \times e^{-\sqrt{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}}u_{1-\alpha/2}}$; $OR \times e^{\sqrt{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}}u_{1-\alpha/2}}$