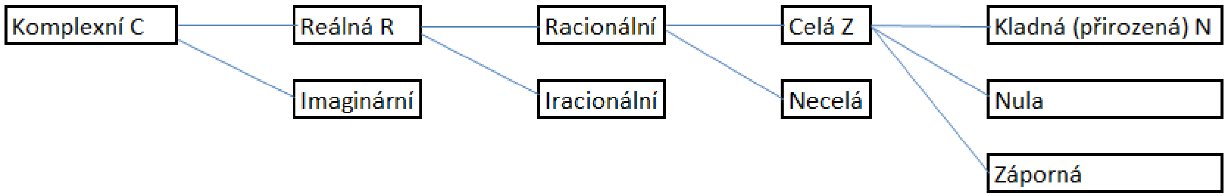
Vybrané vzorce z matematiky

Struktura množin čísel



TROJČLENKA

přímá úměrnost

$$\begin{array}{l}\uparrow a \ldots b \uparrow \\ |c \ldots\ldots x|\end{array} \qquad \frac{c}{a} = \frac{x}{b} \rightarrow x = \frac{c}{a} \cdot b$$

nepřímá úměrnost

$$\begin{array}{l}|a \ldots b \uparrow \\ \downarrow c \ldots x|\end{array} \qquad \frac{a}{c} = \frac{x}{b} \rightarrow x = \frac{a}{c} \cdot b$$

ZLOMKY a operace s nimi

$$\frac{a}{b} \quad \frac{čitatel}{jmenovatel} \quad podm. b \neq 0$$

složený zlomek

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{m}{n}} = \frac{a \cdot n}{b \cdot m} \quad podm.\ b, m, n \neq 0$$

rozšiřování (roznásobení chytrou jedničkou)	krácení	násobení	dělení (tj. násobení převrácenou hodnotou)	Sčítání (odečítání) se stejnými jmenovateli	Sčítání (odečítání) s odlišnými jmenovateli
$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot m}{b \cdot m}$ $podm. m \neq 0$	$\frac{a \cdot m}{b \cdot m} = \frac{a}{b}$ $podm. m \neq 0$	$\frac{a}{b} \cdot \frac{m}{n} = \frac{a \cdot m}{b \cdot n}$	$\frac{a}{b} : \frac{m}{n} = \frac{a}{b} \cdot \frac{n}{m}$	$\frac{a}{m} \pm \frac{b}{m} = \frac{a \pm b}{m}$	$\frac{a}{m} \pm \frac{b}{n} = \frac{a \cdot n \pm b \cdot m}{m \cdot n}$

MNOHOČLENY

$$(a+b) \cdot (c+d) = ac + ad + bc + bd$$
$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$
$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2 b + 3ab^2 \pm b^3$$
$$a^2 - b^2 = (a-b) \cdot (a+b)$$
$$a^3 + b^3 = (a+b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$$
$$a^3 - b^3 = (a-b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$$

KVADRATICKÁ ROVNICE

ve tvaru: $ax^2 + bx + c = 0$, kde $a \neq 0,\ a, b, c \in R$, člen „ax^2“ se jmenuje kvadratický člen, „bx“ lineární člen a „c“ absolutní člen. Výraz $D = b^2 - 4ac$ se nazývá diskriminant. Mohou nastat 3 situace:

D>0 → rovnice má dva různé reálné kořeny , D=0 → rovnice má jeden reálný kořen ,

D<0 →rovnice nemá v R řešení (ale má 2 komplexně sdružené kořeny v oboru C)

Vzorec na výpočet kořenů: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Souřadnice vrcholu V grafu paraboly $V = \left[\frac{-b}{2a}; c - \frac{b^2}{4a}\right]$

MOCNINY A ODMOCNINY a operace s nimi

Součet (rozdíl) mocnin	Násobení mocnin		Dělení mocnin	
Lze pouze mocniny se stejným základem a stejným exponentem	Pokud mají stejný základ: Umocníme-li společný základ součtem exponentů	Pokud mají stejný exponent: Umocníme-li součin základů společným exponentem	Pokud mají stejný základ: Umocníme-li společný základ rozdílem exponentů	Pokud mají stejný exponent: Umocníme-li podíl základů společným exponentem
$k \cdot a^n + l \cdot a^n = (k+l)a^n$ $4a^5 + 3a^5 = 7a^5$	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $a^5 \cdot a^3 = a^8$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$ $3^5 \cdot a^5 = (3a)^5$	$a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $podm.\, a \neq 0$ $a^5 : a^3 = a^2$	$a^n : b^n = \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$ $podm.\, b \neq 0$ $x^5 : y^5 = \left(\frac{x}{y}\right)^5$

Umocňování mocnin	Umocňování součinu	Mocniny se záporným exponentem	Početní operace s odmocninami	
Je třeba umocnit základ mocniny součinem exponentů	Je třeba umocnit každého činitele daným mocnitelem	Pro každé reálné číslo **a≠0** a přirozené číslo **n** platí:	Pro nezáporné reálné číslo **a**, celé číslo **m** a přirozené číslo **n** platí:	Proto lze odmocniny převádět na mocniny s exponentem ve tvaru zlomku a dále s nimi počítat podle pravidel o počítání s mocninami a zlomky.
$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ $(a^5)^3 = a^{15}$	$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ $(3a)^5 = 3^5 a^5$	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $resp.\, a^n = \frac{1}{a^{-n}}$ $a^{-5} = \frac{1}{a^5}$ $resp.\, a^5 = \frac{1}{a^{-5}}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ $\sqrt[2]{a^5} = a^{\frac{5}{2}}$ $Pozn.\, \sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$	$\sqrt[4]{a^2} = a^{\frac{2}{4}} = a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$

LOGARITMY

Logaritmus čísla **x** o základu **a** je číslo **y**, kterým musíme umocnit základ **a**, abychom získali číslo **x**. tj. $a^y = x \rightarrow \log_a x = y \quad podm.\, a > 0, a \neq 1$

$\log_{10} x = \log x$ tzv. dekadický logaritmus o základu a=10 $\quad \log_e x = \ln x$ tzv. přirozený logaritmus o základu a=e (Eulerovo číslo 2,7182…)

$platí: \log 10^c = c \;\; tj.\; 1 = 10^0 \rightarrow \log 1 = 0 \;;\; 10 = 10^1 \rightarrow \log 10 = 1 \;;\; 100 = 10^2 \rightarrow \log 100 = 2$

Pravidla (věty) o logaritmech

$$\log(r \cdot s) = \log r + \log s \qquad \log\left(\frac{r}{s}\right) = \log r - \log s \qquad \log(r^s) = s \cdot \log r \qquad \log(\sqrt[s]{r}) = \frac{1}{s} \cdot \log r \qquad \frac{\log_b x}{\log_b a} = \log_a x \qquad a^{\log_a x} = x$$

GONIOMETRICKÉ FUNKCE a vztahy mezi nimi

$\sin(x \pm k \cdot 2\pi) = \sin x$ $\quad \cos(x \pm k \cdot 2\pi) = \cos x$ $\quad tg(x \pm k \cdot \pi) = tgx$ $\quad \cot g(x \pm k \cdot \pi) = \cot gx$

$\sin(-x) = -\sin x$ $\quad \cos(-x) = \cos x$ $\quad tg(-x) = -tgx$ $\quad \cot g(-x) = -\cot gx$

$$\sin^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{2} \qquad \cos^2\alpha = \frac{1+\cos 2\alpha}{2}$$

$$tg\, x = \frac{\sin x}{\cos x} \qquad \cot g\, x = \frac{\cos x}{\sin x} \qquad tg\, x \cdot \cot g\, x = 1 \qquad \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta \pm \cos\alpha \cdot \sin\beta \qquad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta \mp \sin\alpha \cdot \sin\beta \qquad \sin 2\alpha = 2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha \qquad \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$tg(\alpha \pm \beta) = \frac{tg\alpha \pm tg\beta}{1 \mp tg\alpha \cdot tg\beta} \qquad \cot g(\alpha \pm \beta) = \frac{\cot g\alpha \cdot \cot g\beta \mp 1}{\cot g\beta \pm \cot g\alpha} \qquad tg\, 2\alpha = \frac{2 \cdot tg\alpha}{1 - tg^2\alpha} \qquad \cot g\, 2\alpha = \frac{\cot g^2\alpha - 1}{2 \cdot \cot g\, \alpha}$$

Hodnoty goniometrických funkcí

x	$-\frac{\pi}{2}$ -90°	$-\frac{\pi}{3}$ -60°	$-\frac{\pi}{4}$ -45°	$-\frac{\pi}{6}$ -30°	0 0°	$\frac{\pi}{6}$ 30°	$\frac{\pi}{4}$ 45°	$\frac{\pi}{3}$ 60°	$\frac{\pi}{2}$ 90°	$\frac{2\pi}{3}$ 120°	$\frac{3\pi}{4}$ 135°	$\frac{5\pi}{6}$ 150°	π 180°
sin x	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
cos x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
tg x	*	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	*	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
cotg x	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	*	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	*