

## MATEMATIKA ČZU FUNKCE

**Funkce** – vztah mezi proměnnými, nejčastěji u funkcí jedné reálné proměnné „y“ a „x“, kdy proměnná „y“ závisí na „x“ tj.  $y=f(x)$ . Zadána předpisem, znázorněna na grafu, případně tabulkou dvojic hodnot  $[x;y]$ . Aby se jednalo o funkci, musí ke každému  $x$  z definičního oboru existovat nejvýše jedno  $y$  z oboru hodnot.

### Vlastnosti funkcí

**Definiční obor D(f)** = množina hodnot „x“, pro které má funkce smysl (existuje), tj. lze tyto hodnoty do funkce dosadit tak, aby vyšlo nějaké „y“.

*Podmínky pro určení Df:*

Funkce ve tvaru zlomku: jmenovatel  $\neq 0$

Sudá odmocnina  $y = \sqrt{x}$  ;  $y = \sqrt[4]{x}$  atd. lze odmocnit pouze nezáporné hodnoty ( $x \geq 0$ )

Logaritmy  $y = \log_a x$  ;  $y = \ln x$  lze logaritmovat pouze kladné hodnoty ( $x > 0$ )

Goniometrické funkce:  $y = \operatorname{tg}(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$  ;  $y = \operatorname{cotg}(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$  viz zlomky

u  $\operatorname{tg} x$ :  $x \neq (2k + 1) \cdot \frac{\pi}{2}$ ,  $k \in \mathbb{Z}$  u  $\operatorname{cotg} x$ :  $x \neq k \cdot \pi$ ,  $k \in \mathbb{Z}$

Cyklometrické funkce:  $y = \arcsin x$  resp.  $y = \arccos x$   $x \in \langle -1; 1 \rangle$

Viz přehled funkcí.

**Obor hodnot H(f)** = množina hodnot na ose „y“, které funkce vytvoří. Tj. hodnoty, které mohou z funkce vyjít. Viz základní funkce, případně dle grafu a jiných výpočtů u složitějších funkcí. Souvisí s extrémami funkcí, limitami apod.

**Průsečíky funkcí** s osami souřadnic  $\rightarrow$  body  $[x;0]$  či  $[0;y]$ . Na ose  $x$  jich může být i více, na ose  $y$  maximálně jeden.

### Sudost/Lichost funkce

– sudá funkce je souměrná podle osy  $y$ , platí pro ní:  $f(x) = f(-x)$

- lichá funkce je souměrná podle středu souřadnic  $[0;0]$ , platí pro ní:  $-f(x) = f(-x)$

**Monotonie funkce** – Zda se jedná o funkci rostoucí, klesající apod. Resp. určit intervaly z def. oboru, ve kterých je funkce rostoucí/klesající atd. Vždy na funkci nahlížíme „zleva doprava“. Pokud s rostoucími hodnotami „x“ roste „y“, jedná se o rostoucí funkci. Když s rostoucími hodnotami „x“ se „y“ snižuje, jedná se o klesající funkci. Určení na základě znalosti základních funkcí a jejich parametrů, nebo výpočet pomocí derivací.

**Prostost funkce** – funkce je prostá, pokud je rostoucí (či klesající) na celém svém Df.

**Extrémy funkce** – body, ve kterých funkce nabývá maximální či minimální hodnoty – lokální nebo globální extrémy. Výpočet u základních funkcí dle různých vlastností, jinak na základě derivací.

**Omezenost funkce** – hodnota na ose y, která funkci omezuje (souvisí případně s limitami, asymptotami a oborem hodnot). Této hodnoty může funkce konkrétně dosáhnout, nebo se k ní pouze přibližuje. Nemůže se jednat o  $\pm$  nekonečno.

- shora omezená funkce – funkce se nedostane nad nějakou hodnotu na ose y
- zdola omezená funkce – funkce se nedostane pod nějakou hodnotu na ose y
- omezená funkce – funkce, která je omezená shora i zdola (např.  $\sin x$ )

**Asymptoty funkce** – přímky, ke kterým se funkce přibližuje, ale nedotkne se jich (resp. dotkne se jich v nekonečnu). Mohou být svislé, vodorovné či šikmé. Určení podle základních vlastností u funkcí, nebo výpočet pomocí limit.

**Limita funkce** – hodnota na ose „y“, ke které se funkce přibližuje (nebo ji může někdy i přímo nabývat), pokud se „x“ blíží ke zvolené hodnotě „a“.  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = y$

### Zakřivenost (vypuklost) funkce

- konvexní funkce má tvar U
- konkávní funkce má tvar  $\cap$

Určení intervalů z def. oboru, ve kterých se jedná o daný typ. Výpočet opět pomocí základních vlastností funkcí, případně u složitějších funkcí pomocí druhé derivace.

**Inflexní body** – body, ve kterých funkce mění svou zakřivenost.

**Inverzní funkce** ( $f^{-1}(x)$ ) – existuje k funkcím prostým, s původní funkcí je na grafu souměrná podle přímky  $y=x$  (tedy osy 1. a 3. kvadrantu). Platí pro ní  $Df^{-1} = Hf$  a opačně  $Hf^{-1} = Df$ . Výpočet pomocí záměny proměnných „x“ a „y“ v předpisu původní funkce a následném vyjádření proměnné y (případně opačně nejprve vyjádřením proměnné „x“ a poté záměnou proměnných „x“ a „y“).

Vzájemně inverzní typy funkcí:

lineární  $\leftrightarrow$  lineární

kvadratická  $\leftrightarrow$  druhá odmocnina

lineárně lomená  $\leftrightarrow$  lineárně lomená

exponenciální  $\leftrightarrow$  logaritmická

goniometrická  $\leftrightarrow$  cyklometrická

### Typy funkcí

Lineární (přímka)  $y=a*x+b$

Kvadratická (parabola)  $y=a*x^2+b*x+c$

Exponenciální (exponenciála)  $y=a^x$   $y=e^x$

Logaritmická  $y=\log_a x$  ;  $y=\ln x$

Odmocninná  $y = \sqrt[n]{x}$

Nepřímá úměra či lineárně lomená (hyperbola)  $y = \frac{k}{x}$  či  $y = \frac{a * x + b}{c * x + d}$

a další dle přehledu funkcí

Doučování Petr Hadraba (matematika, statistika, ekonomicko matematické metody apod.), tel. 721755339, PHadraba@seznam.cz , www.doucovanispetrem.cz