MATICE

Vybrané názvy a typy matic:

Obdélníková – typ m*n $A=\begin{pmatrix}1 & -3 & 2\\ 5 & 7 & 0\end{pmatrix}$ Čtvercová – typ n*n $A=\begin{pmatrix}1 & -4\\ 2 & 5\end{pmatrix}$

Jednotková „J“(I ; E)…čtvercová, má 1 na úhlopříčce, jinak 0 $J=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ či $J=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ atd.

Horní trojúhelníková matice – pod úhlopříčkou má 0 (obdélníková či čtvercová)

$$A=\begin{pmatrix}2 & 3 & -1\\ 0 & -5 & 2\\ 0 & 0 & 4\end{pmatrix}$$

Transponovaná matice – sloupce se prohodí s řádky a naopak $A=\begin{pmatrix}1 & -3 & 2\\ 5 & 7 & 0\end{pmatrix}$ $A^T=\begin{pmatrix}1 & 5\\ -3 & 7\\ 2 & 0\end{pmatrix}$

Vybraná pravidla pro operace s maticemi

$A+B=B+A$ $(A+B)^T=A^T+B^T$ $k*(A+B)=k*A+k*B$ $A*B\neq B*A$ $(A*B)^T=B^T*A^T$ $J*A=A*J=A$

Gaussova eliminační metoda – úprava matice na horní trojúhelníkový tvar
povolené operace – výměna řádků mezi sebou; násobení libovolného řádku nenulovým číslem; sčítání 2 libovolných řádků k sobě. Totéž lze i se sloupci.

Hodnost matice např. h(A) - počet lineárně nezávislých řádků matice. Počet nenulových řádků matice po úpravě na horní trojúhelníkovou matici.

U čtvercových matic typu n*n

- hodnost = n → regulární matice
- hodnost < n → singulární matice

Platí $h(A)=h(A^T)$

Inverzní matice např. A^{-1}

existuje pouze pro regulární matice, výpočet např. pomocí Gauss-Jordanovy metody $(A|J)\sim(J|A^{-1})$

$A*A^{-1}=A^{-1}*A=J$ $(A*B)^{-1}=B^{-1}*A^{-1}$

Determinant matice: det(A) či │A│, pouze pro čtvercové matice, výpočet různými metodami a jejich kombinacemi (pomocí součinu diagonál, rozvojem řádku či sloupce, Gaussovou metodou

- determinant $A \neq 0$ → regulární matice
- determinant $A = 0$ → singulární matice

$\det(A*B)=\det(A)*\det(B)$ $\det(A)=\det(A^T)$ $\det(A^{-1})=\dfrac{1}{\det(A)}$

Soustavy lineárních rovnic
m rovnic o n neznámých, maticový zápis A*X=b,

kde $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$ $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}$ $b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{pmatrix}$

Pokud všechna $b_i = 0$ → homogenní soustava ; pokud alespoň 1 $b_i \neq 0$ →nehomogenní soustava

Frobeniova věta
Soustava lineárních rovnic má řešení, pokud platí h(A)=h(A|b)

Řešitelnost soustav

- 1 řešení když h(A) = n
- nekonečně mnoho řešení h(A) < n → k jejich vyjádření se použije n-h(A) parametrů
- žádné řešení h(A)≠h(A|b) (nemůže nastat u homogenní soustavy)

V případě existence jednoho řešení lze použít také:

- inverzní matici, protože platí:
  když A*X=b→ X=A^{-1}*b
- Cramerovo pravidlo: $x_i = \frac{\det B_i}{\det A}$

Ovládat základní typy matic a maticové operace – součet, rozdíl, násobení konstantou, součin matic, transponování. Dále umět vypočítat různými metodami determinant matice, inverzní matici. Ovládat Gaussovu eliminační metodu. Určit hodnost matice. Řešit soustavu lineárních rovnic různými metodami. Vyjádřit neznámou matici z maticové rovnice.